

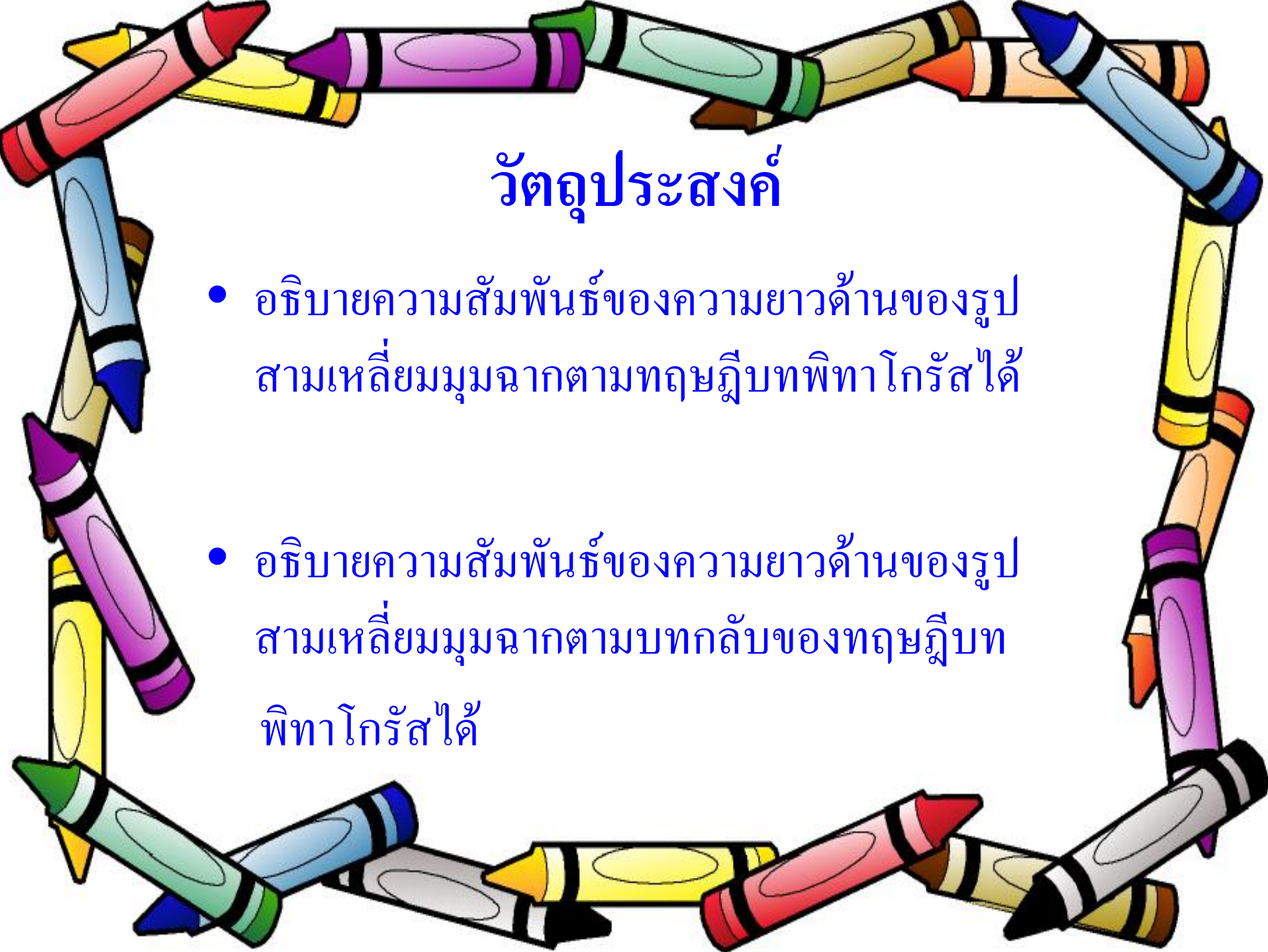
ยินดีต้อนรับเข้าสู่บทเรียน

คณิตศาสตร์ ระดับชั้น ม.2

เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และ
บทกลับของทฤษฎี

ครูยุคลทิพย์ ใจจำ

โรงเรียนบ้านทุ่งประชาสรรค์ จ.ปราจีนบุรี



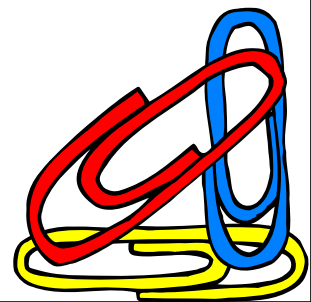
วัตถุประสงค์

- อธิบายความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้
- อธิบายความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

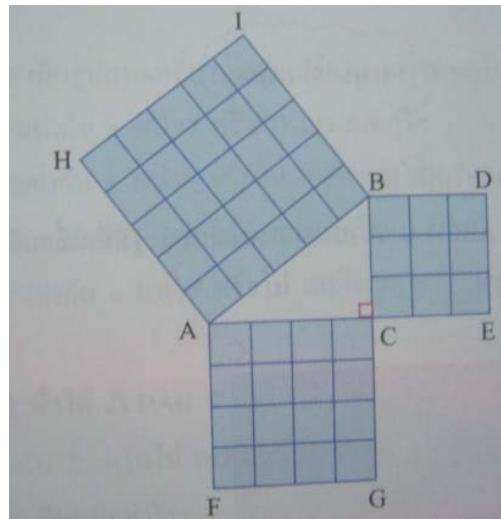
ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูป
สามเหลี่ยมมุมฉากมีความสัมพันธ์กันดังนี้

กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก
เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้าน
ประกอบมุมฉาก

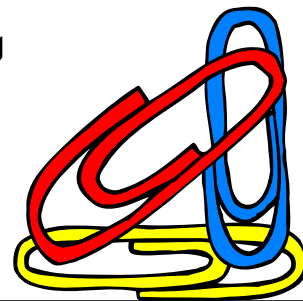


ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มุม C เป็นมุมฉาก มี $BC = 3$ หน่วย, $AC = 4$ หน่วย และ $AB = 5$ หน่วย สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABIH$ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $BCED$ และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ACGF$ บนด้าน AB ด้าน BC และด้าน AC ตามลำดับ ดังรูป จะได้



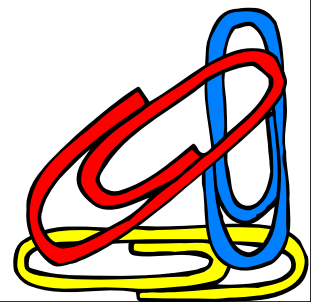
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABIH$
เท่ากับ $5^2 = 25$ ตารางหน่วย
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $BCED$
เท่ากับ $3^2 = 9$ ตารางหน่วย
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ACGF$
เท่ากับ $4^2 = 16$ ตารางหน่วย
ซึ่ง $25 = 9 + 16$



ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABIH เท่ากับ ผลบวกของพื้นที่
ของ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส BCED และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ACGF

สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ พื้นที่ของรูป
สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวก
ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก



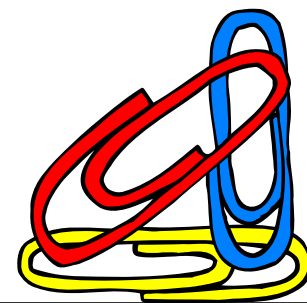
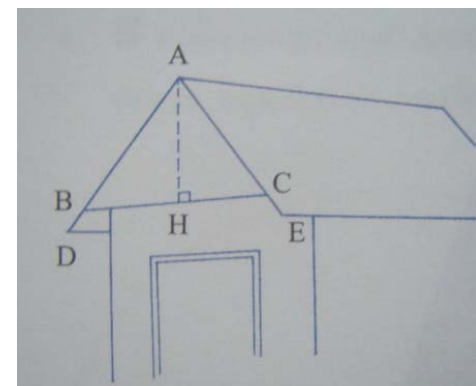
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



จั่ว เป็นส่วนหนึ่งของโครงหลังคาบ้าน

จากรูปส่วนต่างๆ ของจั่วมีชื่อเรียก ดังนี้

- AD และ AE เรียกว่า กลอน
 - BD และ CE เรียกว่า ชายคา
 - BC เรียกว่า ช่อ
 - AH เรียกว่า คั้ง ส่วนที่เป็นคั้งจะต้องตั้งฉากกับช่อ
- ให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เรียกส่วนนี้
ของบ้านว่า หน้าจั่ว



ตัวอย่างที่ 1

ถ้ากลอนของจั่วบ้านยาว 4.9 เมตร ตั้งยาว 1.6 เมตร และช้อยยาว 6 เมตร
ชายคาจะมีความยาวเท่าใด

วิธีทำ จากรูป $AE = 4.9$ เมตร $AH = 1.6$ เมตร และ $BC = 6$ เมตร

เนื่องจาก $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ดังนั้น $BH = HC = 3$

และเนื่องจาก $\triangle AHC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมี มุม $\hat{AHC}$ เป็นมุมฉาก
จะได้

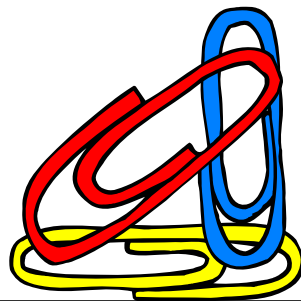
$$\begin{aligned} AC^2 &= AH^2 + HC^2 \\ &= (1.6)^2 + 3^2 \\ &= 2.56 + 9 \\ &= 11.56 \end{aligned}$$

$$AC = 3.4$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } CE &= AE - AC \\ &= 4.9 - 3.4 \\ &= 1.5 \end{aligned}$$

นั่นคือ ชายคามีความยาว 1.5 เมตร

ตอบ ชายคามีความยาว 1.5 เมตร



ตัวอย่างที่ 2

เราใช้ความยาวของเส้นทแยงมุมของหน้าจอตริททัศน์ เพื่อบอกขนาดของทริททัศน์
ทริททัศน์เครื่องหนึ่งมีหน้าจอตริททัศน์ที่วัดตามแนวเส้นทแยงมุมได้ 20 นิ้ว ถ้าจอตริททัศน์
สูง 12 นิ้ว จงหาว่า หน้าจอตริททัศน์ยาวเท่าไร

วิธีทำ กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นแบบจำลองส่วนหนึ่งของหน้าจอตริททัศน์โดย
BC เป็นความยาวของหน้าจอตริททัศน์

จะได้

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$12^2 + BC^2 = 20^2 = 2.56 + 9$$

$$BC^2 = 20^2 - 12^2$$

$$= 400 - 144$$

$$= 256$$

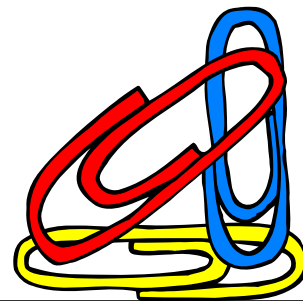
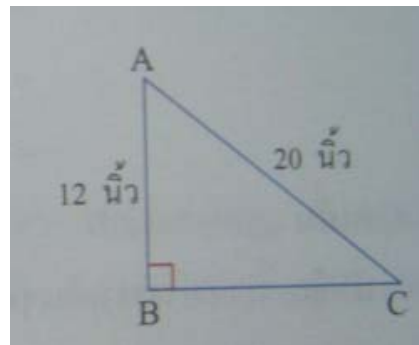
$$= 16 \times 16$$

$$BC = 16$$

ดังนั้น

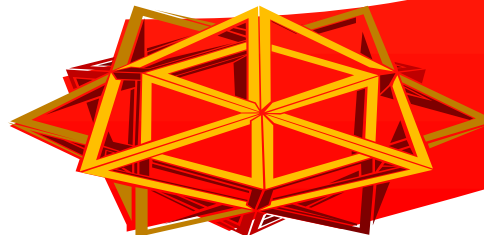
นั่นคือ หน้าจอตริททัศน์ยาว 16 นิ้ว

ตอบ 16 นิ้ว



แบบฝึกหัดที่ 1

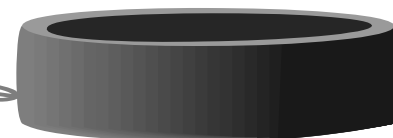
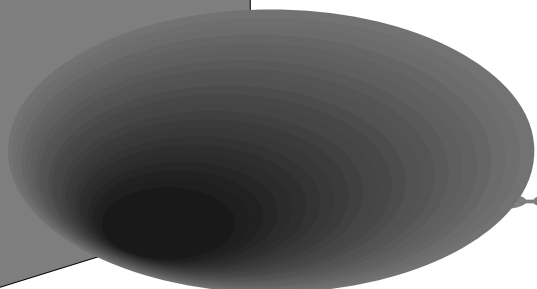
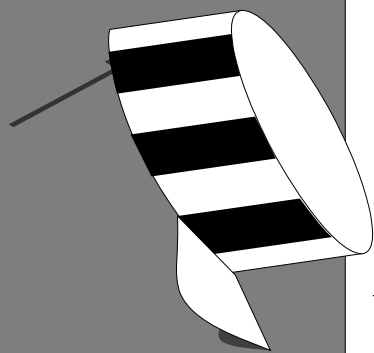
1. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านหนึ่งยาว 7 เซนติเมตร และด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 25 เซนติเมตร
2. กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก CD ตั้งฉากกับ AB ที่จุด D $AC = 15$ หน่วย และ $BC = 8$ หน่วย จงหา
 - ความยาวของ AB
 - พื้นที่ของ $\triangle ABC$

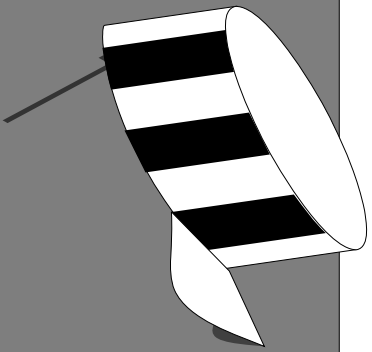


บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ในสมัยอียิปต์โบราณ เกษตรกรที่อาศัยอยู่ริมฝั่งแม่น้ำไนล์ มักประสบปัญหาน้ำท่วมที่ดินจนไม่สามารถชี้แนวเขตที่ดินของตนได้ จึงต้องรังวัดที่ดินใหม่เกือบทุกปีในสมัยนั้นเมื่อต้องการรังวัดที่ดินให้เป็นมุมฉาก ชาวบ้านจะใช้เชือกที่มี 13 ปม ระยะห่างระหว่างปมเป็น 1 หน่วย เท่ากัน มาจึงเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเป็น 3, 4 และ 5 หน่วย ก็จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากเป็น 5 หน่วย แม้แต่ในปัจจุบันถ้าช่างรังวัดไม่มีเครื่องมือวัดมุมฉาก เขาจะใช้เชือก 13 ปม มาจึงสร้างมุมฉาก วิธีดังกล่าวนี้ชี้ให้เห็นว่าช่างรังวัดทราบว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวของด้านทั้งสามเป็น 3, 4 และ 5 หน่วย จะต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

นักเรียนคิดว่ามีจำนวนสามจำนวนชุดอื่นๆ ที่มีความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม แล้วทำให้ได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากอีกหรือไม่





บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นการนำผลของทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาเป็นเหตุ และนำเหตุมาเป็นผลซึ่งอธิบายได้ดังนี้

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส มีเหตุและผล ดังนี้

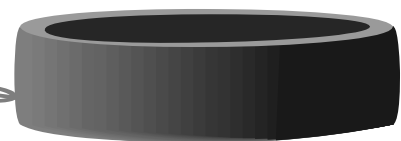
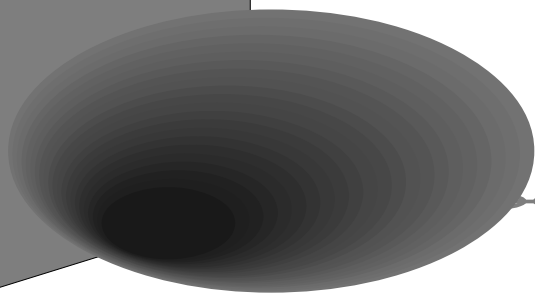
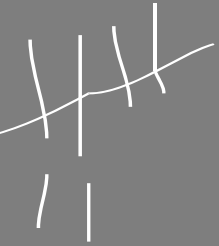
เหตุ : มีรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ผล : กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยม

บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

เหตุ : กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยม

ผล : รูปสามเหลี่ยม เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สำหรับรูปสามเหลี่ยมใดๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของ
ด้านด้านหนึ่งเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาว
ของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูป
สามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 1 ABC มีด้านยาว 21 เซนติเมตร 72 เซนติเมตร และ 75 เซนติเมตร
ตามลำดับ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

วิธีทำ

$$\text{ให้} \quad a = 21 \quad b = 72 \quad c = 75$$

$$\text{จะได้} \quad a^2 = 441 \quad b^2 = 5,184 \quad c^2 = 5,625$$

$$a^2 + b^2 = 441 + 5,184 = 5,625$$

$$\text{ดังนั้น} \quad c^2 = a^2 + b^2$$

นั่นคือ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

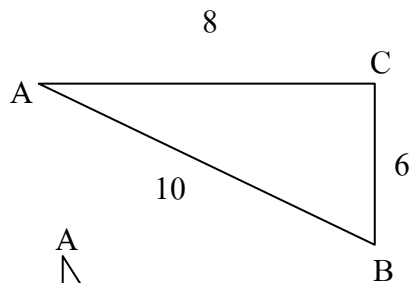
แบบฝึกหัดที่ 2

1. กำหนดให้ a , b และ c เป็นความยาวของด้านของ $\triangle ABC$ ในแต่ละข้อซึ่งกำหนดความยาวได้ดังรูปให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้และเขียนคำตอบเติมลงในตารางท้ายข้อให้สมบูรณ์

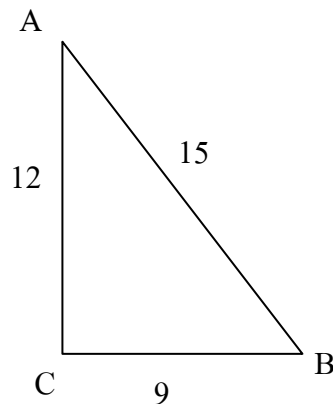
1) หาค่า a^2 , b^2 และ c^2 และพิจารณาว่าข้อใดมีความสัมพันธ์ที่เป็น $a^2 + b^2 = c^2$

2) วัดขนาดของ $\triangle ACB$ และพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

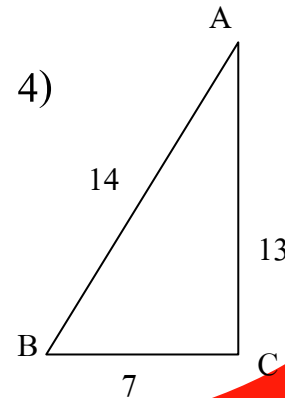
1)



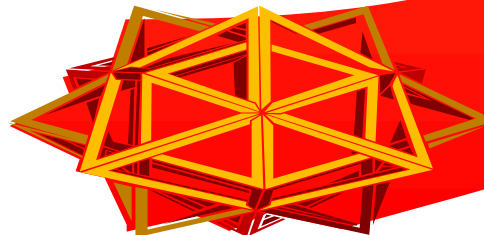
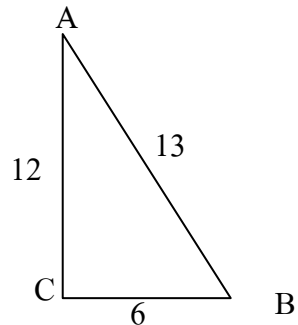
3)



4)

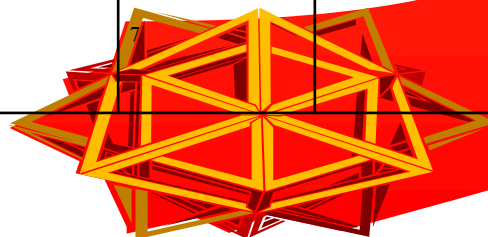


2)



กระดาษคำตอบ

ข้อ	a	b	c	$a^2 + b^2$	c^2	$a^2 + b^2$ เท่ากับ c^2 [△] หรือไม่		ABC เป็น มุมฉากหรือไม่	
						เท่า	ไม่เท่า	เป็น	ไม่เป็น
1)									
2)									
3)									
4)									



แบบทดสอบหลังเรียน

1. รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวดังต่อไปนี้

รูปใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ก. 3 ซม. 4 ซม. 5 ซม. ข. 8 ซม. 9 ซม. 10 ซม.

ค. 4 ซม. 5 ซม. 6 ซม. ง. 6 ซม. 7 ซม. 8 ซม.

เลือกคำตอบ

ก.

ข.

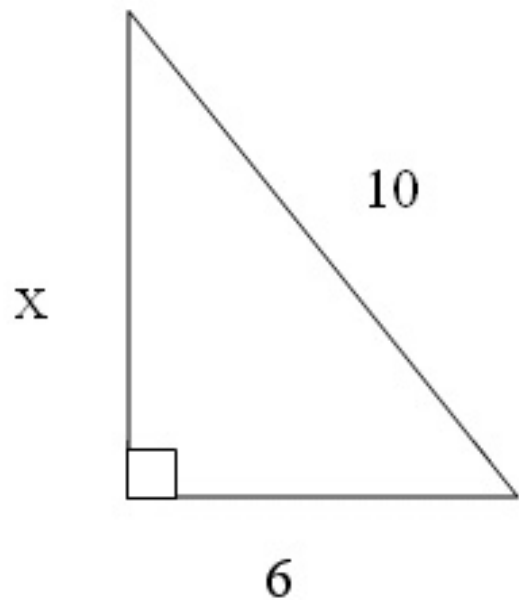
ค.

ง.

ไปข้อ 2



2. ด้าน x ยาวเท่าใด



ก. 7

ข. 8

ค. 9

ง. 10

เลือกคำตอบ

ก.

ข.

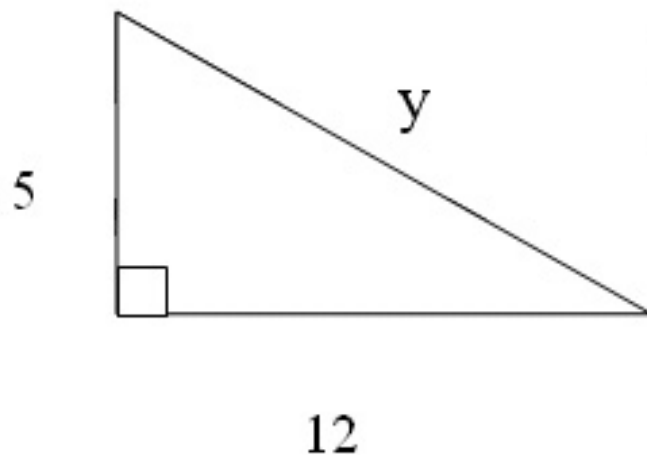
ค.

ง.

ข้อ 3



3. ด้าน y ยาวเท่าใด



ก. 13

ข. 14

ค. 15

ง. 16

เลือกคำตอบ

ก.

ข.

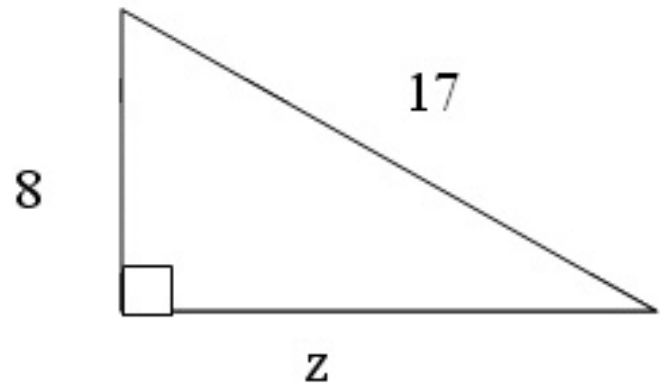
ค.

ง.

ข้อ 4



4. ด้าน z ยาวเท่าใด



ก. 14

ข. 15

ค. 16

ง. 18

เลือกคำตอบ

ก.

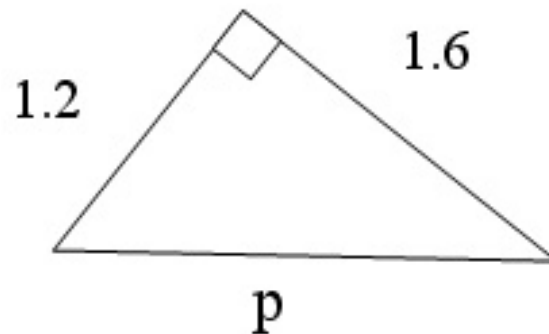
ข.

ค.

ง.

ข้อ 5

5. ด้าน p ยาวเท่าใด



ก. 1.1

ข. 1.4

ค. 2.0

ง. 2.2

เลือกคำตอบ

ก.

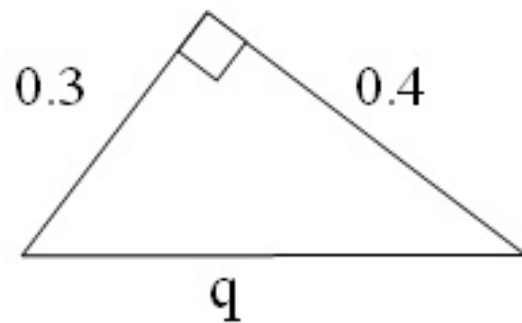
ข.

ค.

ง.

ข้อ 6

6. ด้าน q ยาวเท่าใด



ก. 0.4

ข. 0.5

ค. 0.6

ง. 0.8

เลือกคำตอบ

ก.

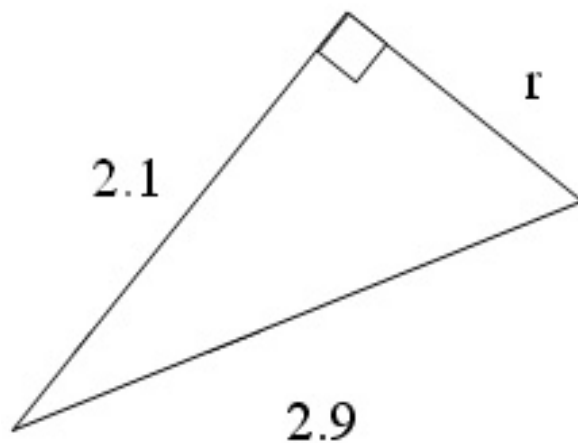
ข.

ค.

ง.

ข้อ 7

7. ด้าน z ยาวเท่าใด



ก. 1.4

ข. 1.6

ค. 1.8

ง. 2.0

เลือกคำตอบ

ก.

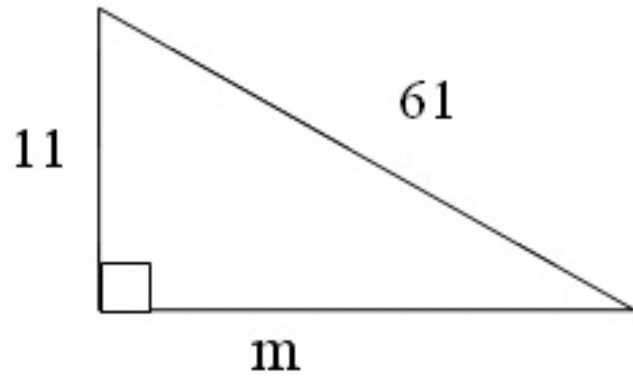
ข.

ค.

ง.

ข้อ 8

8. ด้าน m ยาวเท่าใด



ก. 1.1

ข. 1.4

ค. 2.0

ง. 2.2

เลือกคำตอบ

ก.

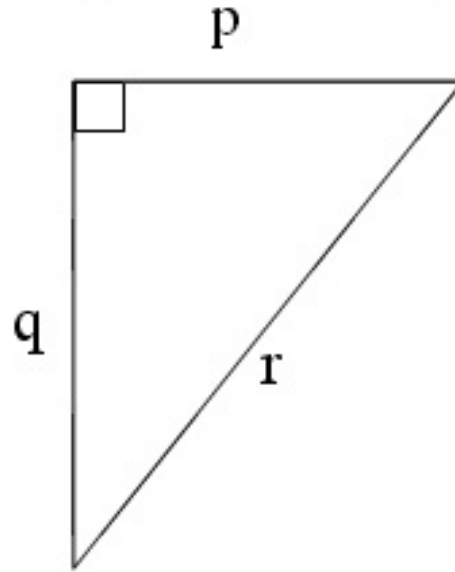
ข.

ค.

ง.

ข้อ 9

9. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะสรุปได้อย่างไร



ก. $p^2 = q^2 + r^2$

ข. $q^2 = p^2 + r^2$

ค. $r^2 = p^2 + q^2$

ง. $p^2 = 2qr$

เลือกคำตอบ

ก.

ข.

ค.

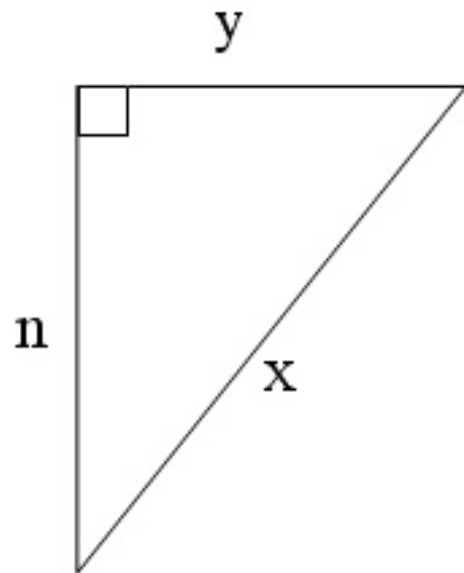
ง.

ข้อ 10



10. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จงเขียนสมการหา

ความยาวด้าน n



ก. $n^2 = x^2 + y^2$

ข. $n^2 = y^2 + x^2$

ค. $n^2 = y^2 - x^2$

ง. $n^2 = x^2 - y^2$

เลือกคำตอบ

ก.

ข.

ค.

ง.

ตรวจคำตอบ

กระดาษคำตอบ

จงทำเครื่องหมาย X ลงในช่องคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว

ข้อ	ก.	ข.	ค.	ง.

ข้อ	ก.	ข.	ค.	ง.

สวัสดี

พบครูคุณทิพย์ ใจขำได้ ในบทเรียนต่อไปค่ะ



MEAW

